

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

**Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)**  
**Prof. Giovanni Masala – settembre 2025**



**Domanda 1 (punti 3, 6\*\*).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \frac{(x^2 - 4) \cdot \sqrt{x^2 - 4x + 3}}{\log(x + 4)}$$

Dominio	$E = (-4, 1] \cup [3, +\infty) \setminus \{-3\}$
Positività	$P = (-3, -2) \cup (3, +\infty)$
Intersezioni	$A(-2; 0) \quad B(1; 0) \quad C(3; 0) \quad D(0; -4\sqrt{3} / \log 4)$

**Domanda 2 (punti 3, 6\*\*).**

Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 - 5x - 1} - \sqrt{9x^2 - 7x + 3})$  e  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{e^{x^3+1} \cdot x^3 + x^2}{\log(x^3 + 2)}$

Soluzioni	$1/3; \quad -2/3$
-----------	-------------------

**Domanda 3 (punti 3, 6\*\*).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione:  $f(x) = e^x \cdot (x^3 - 3x^2 + 2x - 2)$

Derivata prima	$f' = e^x \cdot (x - 2) \cdot x \cdot (x + 2) \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$m(-2; -26e^{-2}) \quad M(0; -2) \quad m(2; -2e^2)$ cresce in $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$

**Domanda 4 (punti 3, 6\*\*).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione:  $f(x) = x^2 + 18 \log x$

Derivata prima	$f' = \frac{2(x^2 + 9)}{x} \quad E = (0, +\infty)$
Derivata seconda	$f'' = \frac{2(x - 3) \cdot (x + 3)}{x^2}$
Insieme di convessità Flessi	$F(3; 9 + 18 \log 3)$ convessa in $(3, +\infty)$

**Domanda 5 (punti 2, 6\*\*).**

Determinare gli asintoti della funzione:  $f(x) = \frac{3x^4 + 5x^3 - 9x + 4}{(x^2 - 4) \cdot (x + 1)}$

Dominio	$E = \mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 2\}$
As. verticali	$x = -2, \quad x = -1 \quad \text{e} \quad x = 2$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 3x + 2$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



**Domanda 6 (punti 3, 6\*).**

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_0^1 \left( \frac{3x+6}{2x-8} \right) dx \quad \text{e} \quad \int \left( e^{4x} \cdot x + x \cdot \log(4x) \right) dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{3}{2}(x+6\log x-4 )$ $\frac{3}{2}(1+6\log 3-6\log 4) \approx -1,089$
Integrale indefinito	$\frac{1}{16}(-4x^2+8x^2 \cdot \log(4x)+e^{4x} \cdot (4x-1))+c$

**Domanda 7 (punti 3, 4\*).** Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale  $k$  e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 2x+4y+z=2 \\ k \cdot x+5y-2z=4 \\ x+k \cdot y+4z=3 \end{cases}$$

Compatibilità	$k=3; 9$ : incompatibile $k \neq 3; 9$ : sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{8k-63}{k^2-12k+27}; y = \frac{36-5k}{k^2-12k+27}; z = \frac{2(k^2-10k+18)}{k^2-12k+27}$

**Domanda 8 (punti 4, 8\*).** Data la funzione  $z = f(x, y) = x^2 + 4x \cdot y - 4x + 2y^2 - 2y + 1$ , determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo  $g(x, y) = 2x + y = 2$ .

Derivate parziali	$f_x = 2x+4y-4 \quad f_y = 4x+4y-2$
Estremi liberi	$S(-1; 3/2) \quad z = 3/2 \quad H = -8$
Estremi vincolati	$m(4; -6) \quad \lambda = -10 \quad z = -11$ $H = -2$

**Domande teoriche.**

- 1) La classificazione dei punti di discontinuità (punti 2, 4\*)
- 2) Enunciato e significato geometrico del teorema di Rolle con esempio (punti 2, 4\*)
- 3) Condizioni affinché un sistema lineare abbia infinite soluzioni (punti 2, 4\*)

*Punteggi solo II parte contrassegnati con \* (solo I parte con \*\*).*